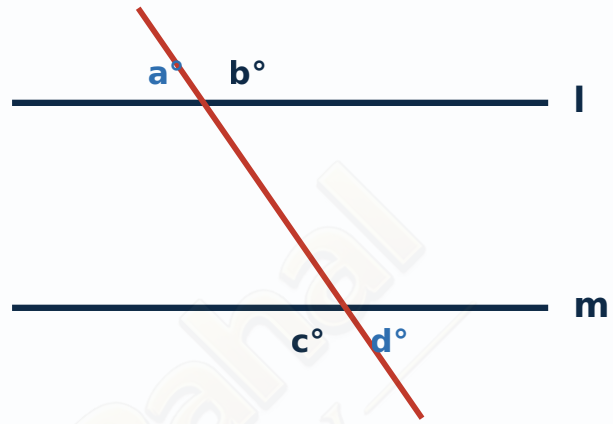
SSC CGL Geometry — पूरी Theorems, Formula & Diagrams

Lines & Angles से लेकर Triangle centres, Circle theorems और Coordinate Geometry तक — एक ही जगह

1. Lines & Angles आधार-नियम

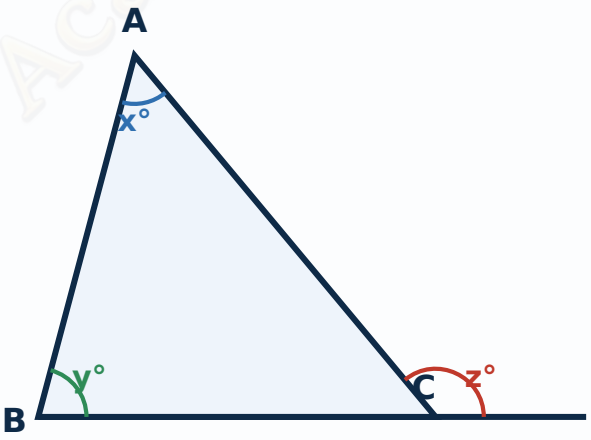
स्थिति	नियम
सीधी रेखा पर angles	योग = 180°
बिंदु के चारों ओर	योग = 360°
Vertically opposite	बराबर
Parallel + transversal	Corresponding व alternate बराबर
Co-interior (allied)	योग = 180°



समांतर रेखाएँ + transversal — corresponding व alternate बराबर; allied (a+c) = 180°

2. Triangle के आधार-नियम Angle sum, Exterior, Inequality

नियम	कथन
Angle Sum	तीनों कोणों का योग = 180°
Exterior Angle	बाहरी कोण = दो विपरीत अंतःकोणों का योग
Triangle Inequality	दो भुजाओं का योग > तीसरी भुजा
Isosceles	समान भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर



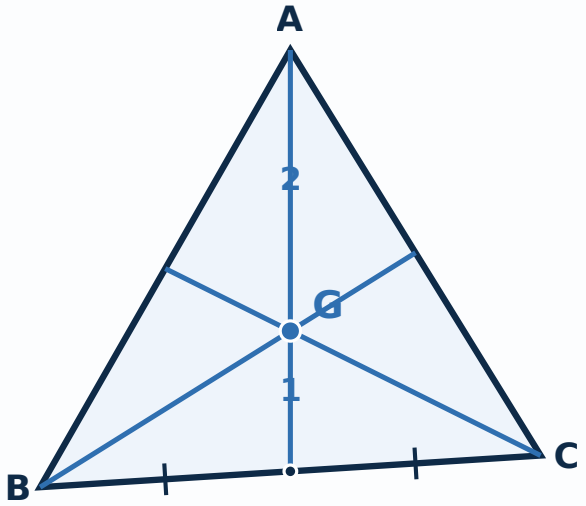
बाह्य कोण **z° = x° + y°** (दो विपरीत अंतःकोणों का योग)

Trick: किसी भी सवाल में पहले सारे ज्ञात कोण लिखें — फिर angle-sum (180°) या exterior-angle नियम से अज्ञात कोण एक ही step में निकल आता है।

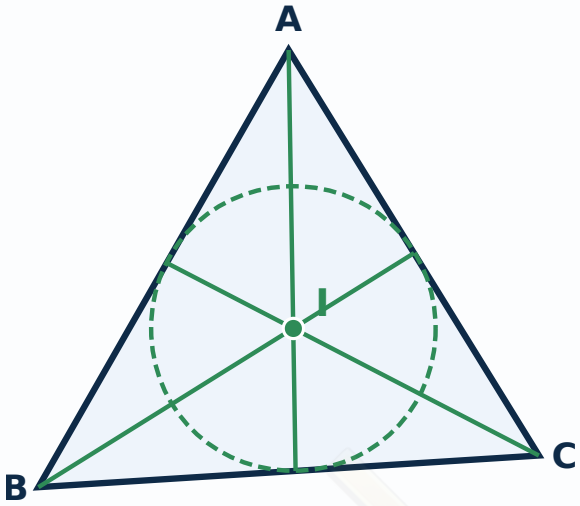
कोण के प्रकार	माप
न्यून (Acute)	0° – 90° के बीच
समकोण (Right)	= 90°
अधिक (Obtuse)	90° – 180° के बीच
पूरक (Complementary)	दो कोणों का योग = 90°
संपूरक (Supplementary)	दो कोणों का योग = 180°

त्रिभुज के प्रकार	पहचान
समबाहु (Equilateral)	तीनों भुजा बराबर, हर कोण 60°
समद्विबाहु (Isosceles)	दो भुजाएँ बराबर
विषमबाहु (Scalene)	तीनों भुजाएँ अलग
समकोण (Right)	एक कोण = 90°
अधिक कोण (Obtuse)	एक कोण > 90°

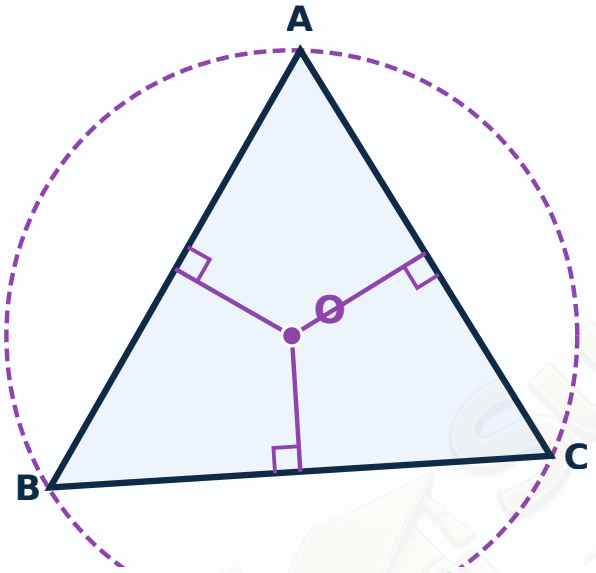
3. Triangle के 4 Centres सबसे favourite — diagrams के साथ



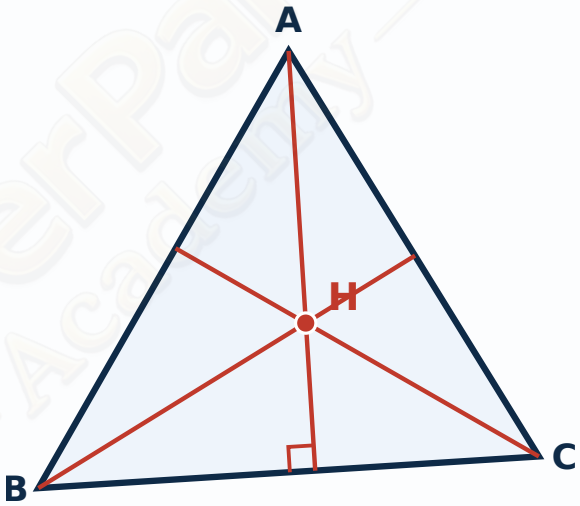
केंद्रक (Centroid) **G** — medians का मिलन; median को 2 : 1 में बाँटता है



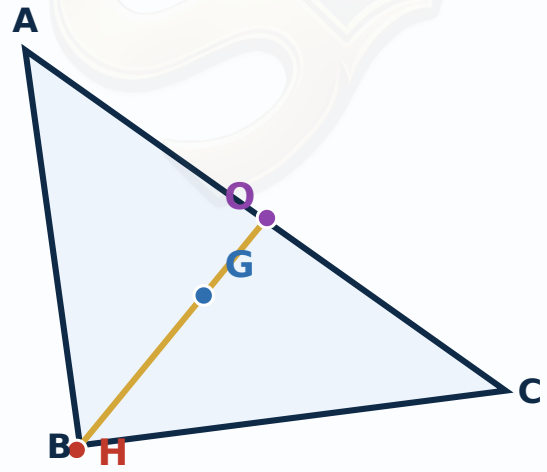
अंतःकेंद्र (Incenter) **I** — angle bisectors का मिलन; incircle का केंद्र



परिकेंद्र (Circumcenter) **O** — perpendicular bisectors का मिलन; circumcircle का केंद्र



लंबकेंद्र (Orthocenter) **H** — तीनों altitudes का मिलन

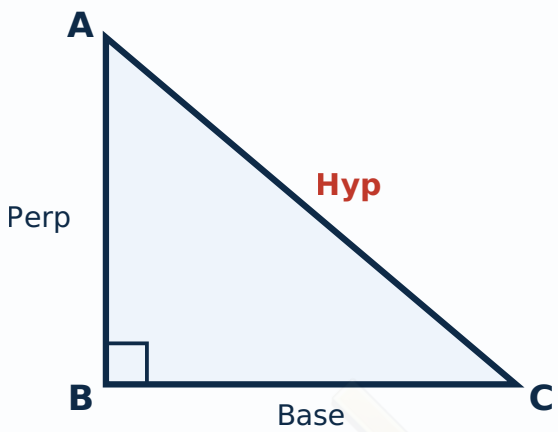


Euler रेखा — O, G, H एक ही रेखा पर; **OG : GH = 1 : 2**

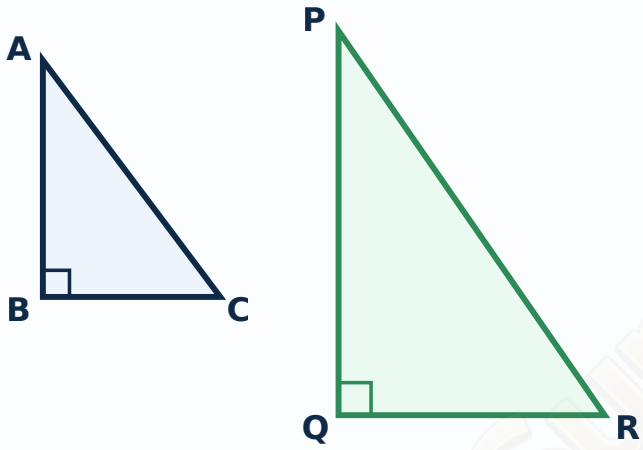
ज़रूरी बातें: O, G, H हमेशा एक रेखा (Euler line) पर, **OG : GH = 1 : 2**। समबाहु (equilateral) त्रिभुज में चारों centres एक ही बिंदु पर आ जाते हैं। Circumcenter व Orthocenter obtuse त्रिभुज में **बाहर** होते हैं; Centroid व Incenter हमेशा अंदर।

4. Triangle के Theorems Pythagoras, Heron, Similar, Thales

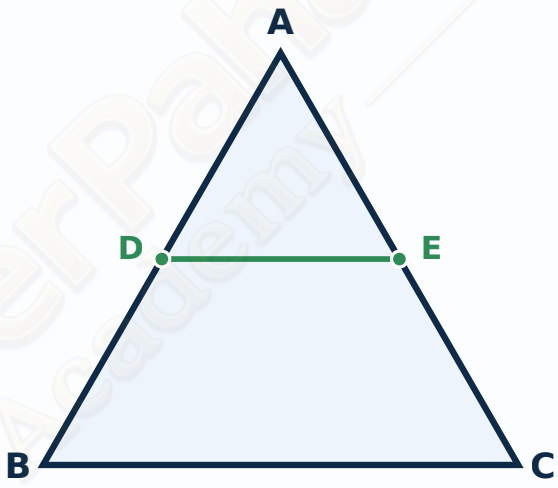
Theorem / सूत्र	रूप
Pythagoras	कर्ण² = आधार² + लंब²
Area (Heron)	√[s(s-a)(s-b)(s-c)], s=(a+b+c)/2
Equilateral Area	(√3/4)·a²; ऊँचाई = (√3/2)·a
Median → कर्ण	समकोण त्रिभुज: = ½ × कर्ण
Congruence	SSS, SAS, ASA, AAS, RHS



समकोण त्रिभुज — **कर्ण² = आधार² + लंब²**



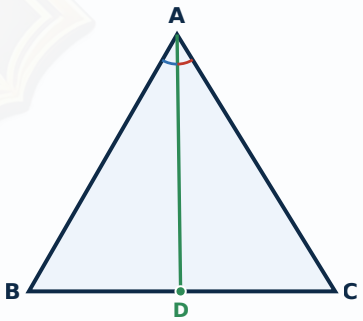
समरूप त्रिभुज — क्षेत्रफल अनुपात = (भुजा अनुपात)²



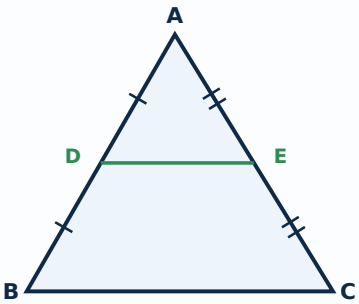
Thales / BPT — DE ∥ BC ⇒ AD/DB = AE/EC

5. और ज़रूरी Triangle सूत्र Bisector, Mid-point व Area रूप

प्रमेय / सूत्र	रूप
Angle Bisector	BD / DC = AB / AC
Mid-point Theorem	DE ∥ BC और DE = ½ BC
Area (दो भुजा व कोण)	½ × a × b × sin C
Area (inradius)	r × s (s = अर्ध-परिमाप)
Area (circumradius)	abc / (4R)
Apollonius (median m)	$b^2 + c^2 = 2m^2 + a^2/2$

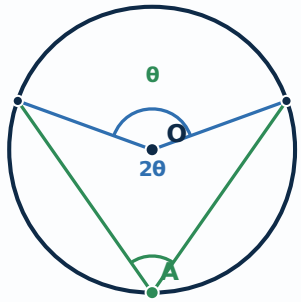


कोण अर्धक प्रमेय — BD / DC = AB / AC

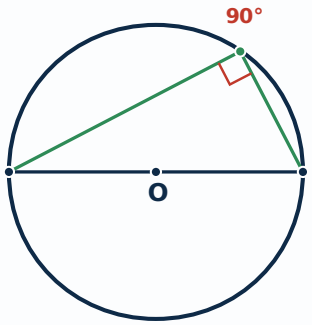


मध्य-बिंदु प्रमेय — DE ∥ BC और **DE = ½ BC**

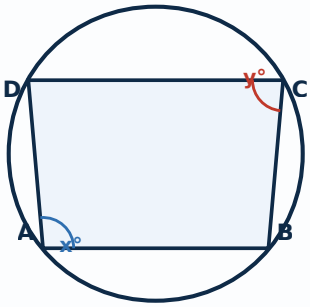
6. Circle के Theorems हर सवाल इन्हीं पर आधारित



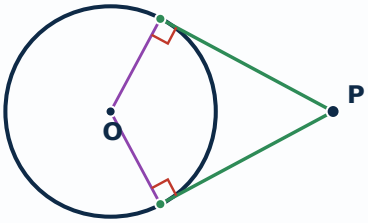
केंद्र का कोण = **2 ×** परिधि का कोण (एक ही arc पर)



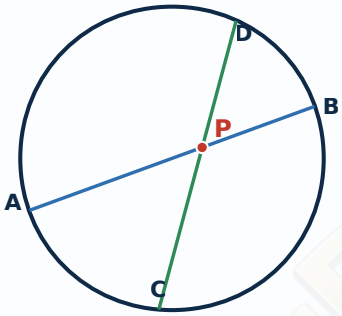
अर्धवृत्त — व्यास पर बना कोण = **90°**



चक्रीय चतुर्भुज — सम्मुख कोणों का योग = **180°**



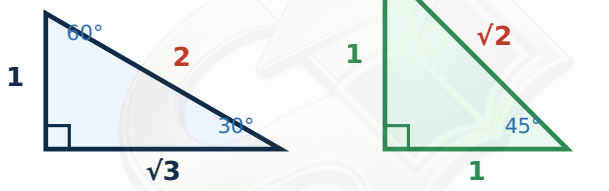
स्पर्शरेखा ⊥ त्रिज्या; बाहरी बिंदु से **$PT_1 = PT_2$**



प्रतिच्छेदी जीवाएँ — **PA × PB = PC × PD**

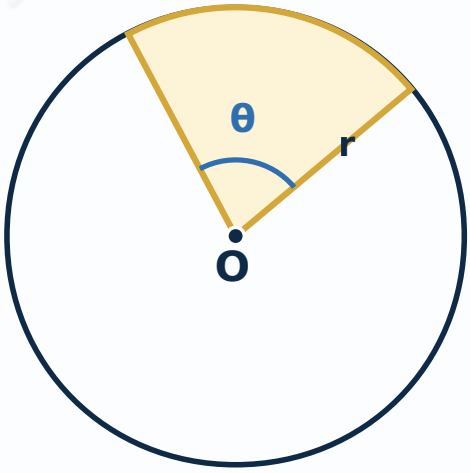
Circle — अन्य	तथ्य
Same segment	कोण बराबर
समान जीवाएँ	केंद्र से समान दूरी
केंद्र से लंब	जीवा को समद्विभाजित करता है

7. Special Triangles, Triplets व Circle Mensuration बोनस — तेज़ scoring



30-60-90 → 1 : √3 : 2 **45-45-90 → 1 : 1 : √2**

Special right triangles — रटने से सीधे भुजाएँ निकलती हैं



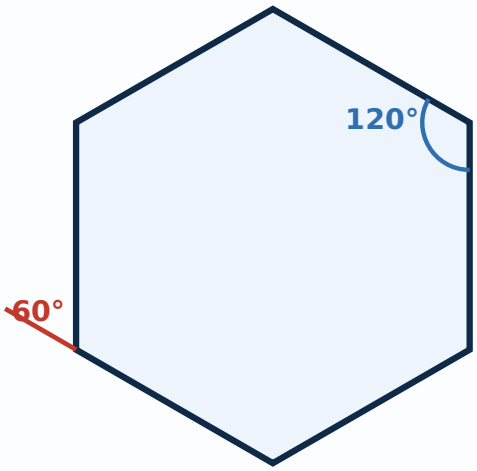
Sector — चाप = (θ/360)·2πr; क्षेत्रफल = (θ/360)·πr²

Pythagorean Triplets (रटें)	
3, 4, 5	5, 12, 13
8, 15, 17	7, 24, 25
9, 40, 41	20, 21, 29
12, 35, 37	11, 60, 61

Circle Mensuration	सूत्र
परिधि / क्षेत्रफल	$2\pi r$ / πr^2
चाप (Arc)	$(\theta/360) \times 2\pi r$
त्रिज्यखंड क्षेत्रफल	$(\theta/360) \times \pi r^2$
Tangent लंबाई	$\sqrt{(d^2 - r^2)}$
Tangent–Secant	$PT^2 = PA \times PB$

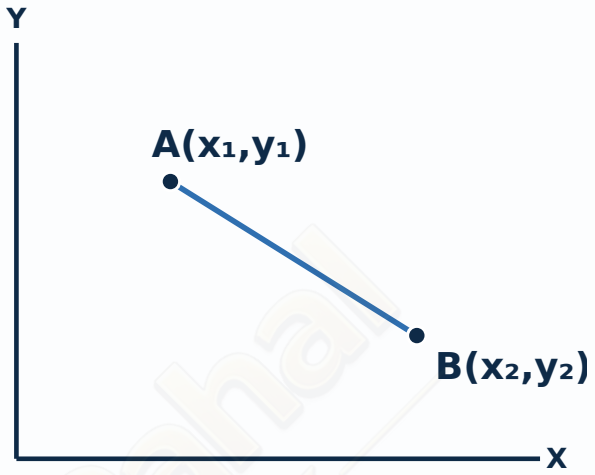
8. Polygon, Coordinate Geometry व Quadrilateral बोनस स्कोरिंग

Polygon (n भुजाएँ)	सूत्र
अंतःकोणों का योग	(n − 2) × 180°
Regular अंतःकोण	(n − 2) × 180° / n
बाह्यकोणों का योग	हमेशा 360°
Regular बाह्यकोण	360° / n
विकर्ण (diagonals)	n(n − 3) / 2



सम षट्भुज — अंतःकोण 120°, बाह्यकोण 60° (बाह्यकोण योग हमेशा 360°)

Coordinate Geometry	सूत्र
Midpoint	$((x_1+x_2)/2, (y_1+y_2)/2)$
Section (m:n)	$((mx_2+nx_1)/(m+n), (my_2+ny_1)/(m+n))$
Slope	$(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$
Triangle Area	$\frac{1}{2}\lvert x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\rvert$



दूरी सूत्र — $AB = \sqrt{[(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2]}$

Quadrilateral	मुख्य properties व क्षेत्रफल
Square	सभी भुजा बराबर, सभी कोण 90°, विकर्ण बराबर व 90° पर समद्विभाजित; क्षेत्रफल = भुजा^{2} = ½d^2
Rectangle	सम्मुख भुजा बराबर, सभी कोण 90°, विकर्ण बराबर; क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई
Rhombus	सभी भुजा बराबर, विकर्ण 90° पर समद्विभाजित (बराबर नहीं); क्षेत्रफल = ½ d_1d_2
Parallelogram	सम्मुख भुजा समांतर व बराबर, विकर्ण समद्विभाजित; क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई
Trapezium	एक जोड़ी समांतर भुजाएँ; क्षेत्रफल = ½ (a + b) × h

9. Solved SSC-type Examples concept कैसे लगता है

Q1. त्रिभुज के दो कोण 55° व 65°, तीसरा?
हल: 180 − 120 = **60°**

Q2. बाह्य कोण 110°, एक विपरीत अंतःकोण 45°, दूसरा?
हल: 110 − 45 = **65°**

Q3. Regular pentagon (5 भुजा) का हर अंतःकोण?
हल: (5-2)×180/5 = **108°**

Q4. Regular polygon का बाह्यकोण 40°, भुजाएँ?
हल: 360/40 = **9**

Q5. Octagon (8 भुजा) में विकर्ण?
हल: 8(8-3)/2 = **20**

Q6. समकोण त्रिभुज की भुजाएँ 6 व 8, कर्ण?
हल: $\sqrt{(36+64)} = \sqrt{100}$ = **10**

Q7. समबाहु त्रिभुज भुजा 4, क्षेत्रफल?
हल: (√3/4)×16 = **4√3**

Q8. Cyclic quad का एक कोण 85°, सम्मुख?
हल: 180 − 85 = **95°**

Q9. केंद्र का कोण 80°, परिधि का कोण?
हल: 80 ÷ 2 = **40°**

Q10. दो समरूप त्रिभुज, भुजा अनुपात 2:3, क्षेत्रफल अनुपात?
हल: (2:3)^2 = **4 : 9**

Q11. Median 12 cm, centroid उसे कैसे बाँटता है?
हल: 2:1 ⇒ **8 cm व 4 cm**

Q12. बाहरी बिंदु से एक tangent 12 cm, दूसरी?
हल: दोनों बराबर ⇒ **12 cm**

Q13. (1,2) व (4,6) के बीच दूरी?
हल: $\sqrt{(9+16)} = \sqrt{25}$ = **5**

Q14. (2,3) व (6,7) का midpoint?
हल: ((2+6)/2,(3+7)/2) = **(4, 5)**

Q15. Hexagon के अंतःकोणों का योग?
हल: (6-2)×180 = **720°**

Q16. जीवाएँ: PA=6, PB=4, PC=3, तो PD?
हल: 6×4 = 3×PD ⇒ **8**

Q17. Bisector से BD:DC = 3:2, BC = 10, तो BD?
हल: 10 × 3/5 = **6**

Q18. भुजाओं के मध्य-बिंदु मिलाए, BC=12, तो DE?
हल: ½ × 12 = **6**

Q19. Inradius r=3, अर्ध-परिमाप s=10, क्षेत्रफल?
हल: r × s = 3 × 10 = **30**

Q20. भुजाएँ 5, 12, 13 वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल?
हल: समकोण ($5^2+12^2=13^2$) ⇒ ½×5×12 = **30**

Q21. (0,0) व (6,9) को 1:2 में बाँटने वाला बिंदु?
हल: ((6)/3,(9)/3) = **(2, 3)**

Q22. (1,1) व (4,7) से गुज़रती रेखा का slope?
हल: (7-1)/(4-1) = 6/3 = **2**

Q23. 30–60–90 त्रिभुज, सबसे छोटी भुजा 5, कर्ण?
हल: 1:2 ⇒ 2×5 = **10**

Q24. 45–45–90 त्रिभुज, एक भुजा 6, कर्ण?
हल: 1:√2 ⇒ **6√2**

Q25. वृत्त की त्रिज्या 7, परिधि? (π=22/7)
हल: 2×(22/7)×7 = **44**

Q26. Sector कोण 90°, r=14, क्षेत्रफल? (π=22/7)
हल: ¼×(22/7)×196 = **154**

Q27. बाहरी दूरी d=10, r=6, tangent लंबाई?
हल: √(100-36) = √64 = **8**

Q28. Triplet: भुजाएँ 8, 15, ? (समकोण)
हल: $8^2+15^2=17^2$ ⇒ **17**

Q29. एक कोण 35°, उसका पूरक (complementary)?
हल: 90 - 35 = **55°**

Q30. Rhombus के विकर्ण 6 व 8, क्षेत्रफल?
हल: ½ × 6 × 8 = **24**

Q31. Trapezium: समांतर 8 व 12, ऊँचाई 5, क्षेत्रफल?
हल: ½(8+12)×5 = **50**

Q32. वृत्त r=7, क्षेत्रफल? (π=22/7)
हल: (22/7)×49 = **154**

Q33. Regular polygon का अंतःकोण 108°, भुजाएँ?
हल: बाह्य 72° ⇒ 360/72 = **5**

Q34. Parallelogram: आधार 10, ऊँचाई 6, क्षेत्रफल?
हल: 10 × 6 = **60**

Q35. समकोण त्रिभुज: कर्ण 10, एक भुजा 6, दूसरी?
हल: √(100-36) = **8**

Q36. Linear pair में कोण अनुपात 2:3, बड़ा कोण?
हल: 180 × 3/5 = **108°**

Q37. जीवा 16, त्रिज्या 10, केंद्र से दूरी?
हल: √(10^2-8^2) = **6**

Q38. समबाहु त्रिभुज भुजा 6, ऊँचाई?
हल: (√3/2)×6 = **3√3**

Q39. भुजाएँ 7, 24, 25 वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल?
हल: समकोण ⇒ ½×7×24 = **84**

Q40. Regular hexagon भुजा 4, परिमाप?
हल: 6 × 4 = **24**

Common Mistakes — ये गलतियाँ न करें

- Centroid का अनुपात उल्टा लगाना — बड़ा भाग (2) **vertex की ओर** होता है।
- Circumcenter/Orthocenter को हमेशा अंदर मानना — obtuse त्रिभुज में ये **बाहर** होते हैं।
- Circle में "2 गुना" उलट देना — केंद्र का कोण परिधि के कोण का **2 गुना** होता है, आधा नहीं।
- Exterior angle = **दो** विपरीत अंतःकोणों का योग (तीनों का नहीं)।
- बाह्यकोणों का योग किसी भी polygon के लिए **हमेशा 360°** — भुजाओं से नहीं बदलता।

Quick Revision — exam से ठीक पहले

✓ Lines & Angles + parallel-line नियम ✓ Triangle के 4 centres व Euler line (1:2) ✓ Pythagoras, Heron, समबाहु क्षेत्रफल ✓ Similar (क्षेत्रफल = भुजा²) व Thales ✓ Circle theorems (केंद्र-परिधि, cyclic, tangent, chords) ✓ Polygon angles व diagonals ✓ Coordinate (दूरी, midpoint, section) व Quadrilateral properties

One-line Formula Recap — exam से ठीक पहले एक नज़र

त्रिभुज: कोण योग 180° • बाह्य = दो विपरीत का योग • Area ½bh / Heron / (√3/4)a^2 • Pythagoras $c^2=a^2+b^2$ • Centroid median 2:1 • Euler OG:GH = 1:2
वृत्त: केंद्र कोण = 2× परिधि • अर्धवृत्त 90° • चक्रीय सम्मुख 180° • Tangent ⊥ radius, $PT_1=PT_2$ • जीवा PA·PB=PC·PD • Arc (θ/360)·2πr • Sector (θ/360)·πr²
Polygon: अंतःयोग (n-2)·180° • बाह्ययोग 360° • विकर्ण n(n-3)/2 | **Coordinate:** दूरी √[(Δx)²+(Δy)²] • Midpoint औसत • Slope Δy/Δx

Free SSC CGL Mock Test (2026 pattern) — superpahal.com/academy
अब इन theorems को असली PYQ-based पेपर पर आज़माएँ। subject-wise notes व updates के लिए Telegram: t.me/SuperPahal • © SuperPahal Academy

नोट: SSC आधिकारिक weightage प्रकाशित नहीं करता; सवालों की संख्या पिछले वर्षों के पेपर के trend पर आधारित अनुमान है। यह teaching-notes सामग्री है।